

Übungen zur Analysis IV
- Blatt 8 -

1. Zeigen Sie:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \int_s^{s+i\sqrt{\frac{\pi}{2}}} \frac{e^{-z^2}}{1 + e^{-2az}} dz = 0.$$

2. Berechnen Sie:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{(x + \frac{1}{3})(x + \frac{2}{3})} dx$$

3. Berechnen Sie:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(1 + x^2)^{n+1}}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

4. Bestimmen Sie die Anzahl der Nullstellen (mit Vielfachheit) von $f(z) = z^{87} + 36z^{57} + 71z^4 + z^3 - z + 1$ im Gebiet $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 1\}$.

5. Sei $\lambda \in \mathbb{R}$, $\lambda > 1$.

Zeigen Sie: Es gibt genau ein $z_0 \in \mathbb{C}$ mit $\operatorname{Re} z_0 > 0$, so daß $e^{-z_0} + z_0 = \lambda$.
Ferner ist z_0 reell.

Abgabe: Montag, den 24.6.2002, 10.13 Uhr