

Übungen zur Analysis IV
- Blatt 7 -

1. Bestimmen Sie die Residuen folgender Funktionen in allen Singularitäten:

(a) $\frac{z^2+z+5}{z(z^2+1)^2}$,

(b) $\sin \frac{1}{z-1}$,

(c) $ze^{\frac{1}{1-z}}$,

(d) $\frac{\cos z}{(z^2+4)^2}$.

2. Berechnen Sie $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+\sin^2 x}$ und $\int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x}{(1-\cos x)^2} dx$.

3. Berechnen Sie $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2-x+2}{x^4+10x^2+9} dx$.

4. Sei $G \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet, $f \in \mathcal{M}(G)$ nicht konstant.
Zeigen Sie: $f(G)$ ist offen in $\widehat{\mathbb{C}}$.

5. Sei $G \subset \mathbb{C}$ ein einfach zusammenhängendes Gebiet, $D \subset G$ diskret,
 $f \in \mathcal{O}(G \setminus D)$.
Zeigen Sie: f hat Stammfunktion auf $G \setminus D$ genau dann, wenn $\operatorname{res}_z f = 0$
für alle $z \in D$.

Abgabe: Montag, den 17.6.2002, 10.13 Uhr