Prof. Dr. Th. Peternell
SS 2002

Übungen zur Analysis IV
- Blatt 4 -

1. Sei $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ holomorph. Sei $n \in \mathbb{N}$.
   Es gebe $M > 0$ und $R > 0$, so daß für alle $z \in \mathbb{C}$ mit $|z| > R$ gilt: $| f(z) | \leq M | z |^n$.
   Zeigen Sie: f ist ein Polynom vom Grad $\leq n$.

2. Entwickeln Sie folgende Funktionen in eine Potenzreihe:
   (a) $\cos(z^2 - 1)$ um 0
   (b) $\frac{1}{1+z+z^2}$ um 0
   (c) $\frac{1}{z^2}$ um i

3. Sei $G \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet, $L \subset \mathbb{C}$ eine affine reelle Gerade.
   Sei $f : G \to \mathbb{C}$ stetig, $f \mid G \setminus L$ holomorph.
   Zeigen Sie: $f \in \mathcal{O}(G)$.

4. Berechnen Sie folgende Integrale ($n, m \in \mathbb{Z}$):
   (a) $\int\limits_{|z|=1} e^z z^{-n} dz$
   (b) $\int\limits_{|z|=2} z^n (1 - z^m) dz$

5. Sei $G \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet, $z_0 \in G, f, g \in \mathcal{O}(G)$.
   (a) Es gebe n_0, so da für $n \geq n_0$ gilt:
   $$f^{(n)}(z_0) = g^{(n)}(z_0).$$
   Zeigen Sie: Es gibt ein Polynom p, so daß $f = g + p$.
   (b) Ref habe in z_0 ein lokales Minimum.
   Zeigen Sie: f ist konstant.

Abgabe: Montag, den 27.05.2002, 10.15 Uhr