Prof. Dr. Th. Peternell
SS 2002

Übungen zur Analysis IV
- Blatt 3 -

1. Sei $\triangle \subset \mathbb{C}$ ein offenes Dreieck.
Präzisieren Sie diesen Begriff; geben Sie eine Kette K mit $\mid K \mid = \partial\triangle$ und zeigen Sie, da $n(z, K) = 1$ ist fr alle $z \in \triangle$ ($\partial\triangle$ sei positiv orientiert).

2. Bestimmen Sie die Umlaufszahlen folgender Kette:

3. Beweisen Sie nur mit Hilfe des Satzes von Goursat:
Ist $B \subset \mathbb{C}$ offen, $\triangle$ ein offenes Dreieck mit $\overline{\triangle} \subset B, f \in \mathcal{O}(B)$, so ist

$$\int_{\partial\triangle} f dz = 0.$$

4. (a) Entwickeln Sie die Funktion $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, f(z) = \frac{1}{z}$, um $z_0 = 1$ in eine Potenzreihe.
Was ist deren Konvergenzradius?
(b) Gibt es eine holomorphe Funktion $f : U \to \mathbb{C}, U$ eine Umgebung von 0, so da
$$f^{(n)}(0) = 2^n n\,! \quad (n \in \mathbb{N})?$$

5. Sind folgende Funktionen holomorph in 0 fortsetzbar?
(a) $f(z) = \frac{z}{e^z - 1}$,
(b) $g(z) = z^3 \sin \frac{1}{z}$?

Abgabe: Montag, den 13.05.2002, 10.15 Uhr