

Übungen zur Analysis IV
- Blatt 2 -

1. Sei $u : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$, $u(x, y) = e^x \sin y$.
Bestimmen Sie $f \in \mathcal{O}(\mathbb{C})$ mit $\operatorname{Re} f = u$.
2. Berechnen Sie $\int_{W_j} \operatorname{Re} z \, dz$, $j = 1, 2$, wobei W_1 die Strecke von $1 + i$ nach $2 + 6i$ und W_2 der durch $\varphi : [1, 2] \rightarrow \mathbb{C}$, $\varphi(t) = t + it^3$ gegebene Weg sei.
3. (a) Sei W ein Weg von $1 + i$ nach $2i$, $0 \notin |W|$.
Berechnen Sie: $\int_W iz^2 + 1 - 2iz^{-2} dz$.
(b) Hat $z \mapsto \operatorname{Im} z$ eine Stammfunktion in \mathbb{C} ?
4. Untersuchen Sie die Reihe $\sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{z^\nu}{1-z^\nu}$ auf Konvergenz und gleichmäßige Konvergenz.
5. Sei R der Konvergenzradius von $\sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu (z - z_0)^\nu$.
Es existiere $\lim_{\nu \rightarrow \infty} \left| \frac{a_\nu}{a_{\nu+1}} \right|$.
Zeigen Sie: $R = \lim_{\nu \rightarrow \infty} \left| \frac{a_\nu}{a_{\nu+1}} \right|$.

Abgabe: Montag, den 06.05.2002, 10.15 Uhr