

Präsenz-Übungen zur Analysis IV
- Blatt 5 -

1. Welche der beiden Funktionen $\sin \bar{z}$, $\overline{\sin z}$ auf \mathbb{C} ist holomorph ? Verwenden Sie den Identitätssatz !

($\overline{\sin z} = \sin z$ ist holomorph.)

2. Ist das Gebiet

$$G = \{(x, y) : 0 < x < 1, 0 < y < 1\} - \bigcup_{n=1}^{\infty} \left\{ (x, y) : x = \frac{1}{n}, 0 < y \leq \frac{1}{2} \right\}$$

einfach zusammenhängend ? (Ja.)

3. Es sei $P(x, y)$ ein von Null verschiedenes Polynom in zwei Variablen. Falls für eine holomorphe Funktion f

$$P(\operatorname{Re} f(z), \operatorname{Im} f(z)) \equiv 0$$

gilt, dann ist f konstant.

($P^{-1}(0)$ ist abgeschlossen und enthält keine offene Teilmenge von \mathbb{C} . Nach dem Satz von der Gebietstreue muß ein nichtkonstantes f aber ein Gebiet auf eine offene Menge abbilden. Widerspruch !)