

Präsenz-Übungen zur Analysis IV  
- Blatt 4 -

1. Entwickeln Sie folgende Funktionen in eine Potenzreihe:

$$(a) \cos(z-1) \text{ um } 0, \quad \left( \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{a_{\nu}}{\nu!} z^{\nu}, a_{\nu} = \begin{cases} \cos(-1) & \text{falls } \nu = 4k, \\ -\sin(-1) & \text{falls } \nu = 4k+1, \\ -\cos(-1) & \text{falls } \nu = 4k+2, \\ \sin(-1) & \text{falls } \nu = 4k+3, \end{cases} \right)$$

$$(b) \frac{1}{z^2+iz+2} \text{ um } 0. \quad \left( \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{i^{\nu+1}}{3} \cdot \left( \frac{1}{2^{\nu}} + (-1)^{\nu} \right) \cdot z^{\nu} \right)$$

2. Berechnen Sie folgende Integrale:

$$(a) \int_{|z+1|=1} \frac{dz}{(z+1)(z-1)^3}, \quad \left( -\frac{1}{8} \right)$$

$$(b) \int_{|z|=2} \frac{\sin z}{z+i} \cdot (\sin(-i))$$

3. Sei  $G \subset \mathbb{C}$  ein Gebiet,  $\kappa(z, r) \subset \mathbb{C}$  ein Kreis um  $z \in \mathbb{C}$  mit Radius  $r$ .

Sei  $f : G \rightarrow \mathbb{C}$  stetig,  $f|_{G \setminus \kappa(z, r)}$  holomorph.

Zeigen Sie:  $f \in \mathcal{O}(G)$ .

(s. Übungsblatt 4/Aufgabe 3)