

Präsenz-Übungen zur Analysis IV
- Blatt 4 -

1. Entwickeln Sie folgende Funktionen in eine Potenzreihe:

$$(a) \cos(z-1) \text{ um } 0, \quad \left(\sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{a_{\nu}}{\nu!} z^{\nu}, a_{\nu} = \begin{cases} \cos(-1) & \text{falls } \nu = 4k, \\ -\sin(-1) & \text{falls } \nu = 4k+1, \\ -\cos(-1) & \text{falls } \nu = 4k+2, \\ \sin(-1) & \text{falls } \nu = 4k+3, \end{cases} \right)$$

$$(b) \frac{1}{z^2+iz+2} \text{ um } 0. \quad \left(\sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{i^{\nu+1}}{3} \cdot \left(\frac{1}{2^{\nu}} + (-1)^{\nu} \right) \cdot z^{\nu} \right)$$

2. Berechnen Sie folgende Integrale:

$$(a) \int_{|z+1|=1} \frac{dz}{(z+1)(z-1)^3}, \quad \left(-\frac{1}{8} \right)$$

$$(b) \int_{|z|=2} \frac{\sin z}{z+i} \cdot (\sin(-i))$$

3. Sei $G \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet, $\kappa(z, r) \subset \mathbb{C}$ ein Kreis um $z \in \mathbb{C}$ mit Radius r .

Sei $f : G \rightarrow \mathbb{C}$ stetig, $f|_{G \setminus \kappa(z, r)}$ holomorph.

Zeigen Sie: $f \in \mathcal{O}(G)$.

(s. Übungsblatt 4/Aufgabe 3)