

Präsenz-Übungen zur Analysis IV  
- Blatt 1 -

1. Sei  $\Delta = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 1\}$ ,  $A = \{a_n \mid a_n = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}\}$ . Ist  $\Delta \setminus A$  ein Gebiet ?  
(*Nein*)
2. Sei  $Y := \{iy \mid y \in \mathbb{R}, |y| \leq 1\} \cup \{z = x + iy \mid 0 < x \leq \frac{1}{4}, y = x \cdot \sin \frac{1}{x}\} \subset \mathbb{C}$ ,  
versehen mit der Euklidischen Metrik.  
Zeigen Sie:  $Y$  ist wegzusammenhängend.
3. Untersuchen Sie folgende Funktionen auf komplexe Differenzierbarkeit:
  - (a)  $h(z) = 5x^3 - 4xy + iy^6$  (*Nein*)
  - (b)  $i(z) = \operatorname{Re} z$  (*Nein*)
4. Zeigen Sie: Ist  $f$  holomorph in einem Gebiet  $G$  und ist  $\operatorname{Re} f$  oder  $\operatorname{Im} f$  ein Polynom, so ist  $f$  ein Polynom.
5. Es sei  $f : G \rightarrow \mathbb{C}$  holomorph auf einem Gebiet  $G$ . Zeigen Sie: Die Funktion  $\log |f|$  ist außerhalb der Nullstellen von  $f$  harmonisch.